contorno chiuso, è uguale a T — 2 TC, oppure a T, secondo che il punto in cui la funzione *k* diventa infinita come — , è interno od esterno all'area chiusa da quel *r* contorno.

Nel piano, riferito a coordinate polari ordinarie, si ha *k* — — , T = 27c, quindi la proprietà precedente fornisce, come caso particolare, il teorema, facilissimo a veri-ficarsi, che : se *r è* la distanza di un punto fisso del piano da un punto variabile

1 . I,- ! /*?> 10fi[r 7 > 1

lungo un contorno chiuso, [integrale / — *r= — *ds* esteso a questo contorno, e uguale a

J o ^

o oppure uguale a 2?r, secondo che il punto fisso è esterno od interno all'area limitata dal contorno.

Un caso particolare interessante della formola (37) si ottiene supponendo che la curva *s* sìa una di quelle dotate della proprietà di contenere, sotto un dato perimetro, la massima area, o di avere, per una data area racchiusa, il minimo perimetro. È noto infatti che per queste curve la curvatura geodetica - è dovunque costante, e che quindi T — — , essendo *s* il perimetro totale : dunque si ha, per la curvatura totale dell'area racchiusa,

(38) r=2*--i-.

Il valore della curvatura totale può anche essere espresso facilmente per un integrale lineare, dipendente dalle sole *E,* F, G e loro derivate. Si ponga infatti, per brevità ,

dF *F dE*

2H\E dv — *d u ~ ~*) *2 H d v*

e la (33) diverrà

· ½ log· *k* = -77- I -^ = — -3- 1 i *fdQ* *dP* *H* *\ou* *dv /*·

Quindi, moltiplicando per dco ~ *Hdudv,* ed integrando al modo che si è fatto verso la fine dell'art. V, si troverà

(39)

dove l'integrale dei secondo membro è esteso alla curva chiusa che limita la porzione di superficie di cui r' è la curvatura totale.

Si connette con questa espressione ' di r' una trasformazione notevole che può